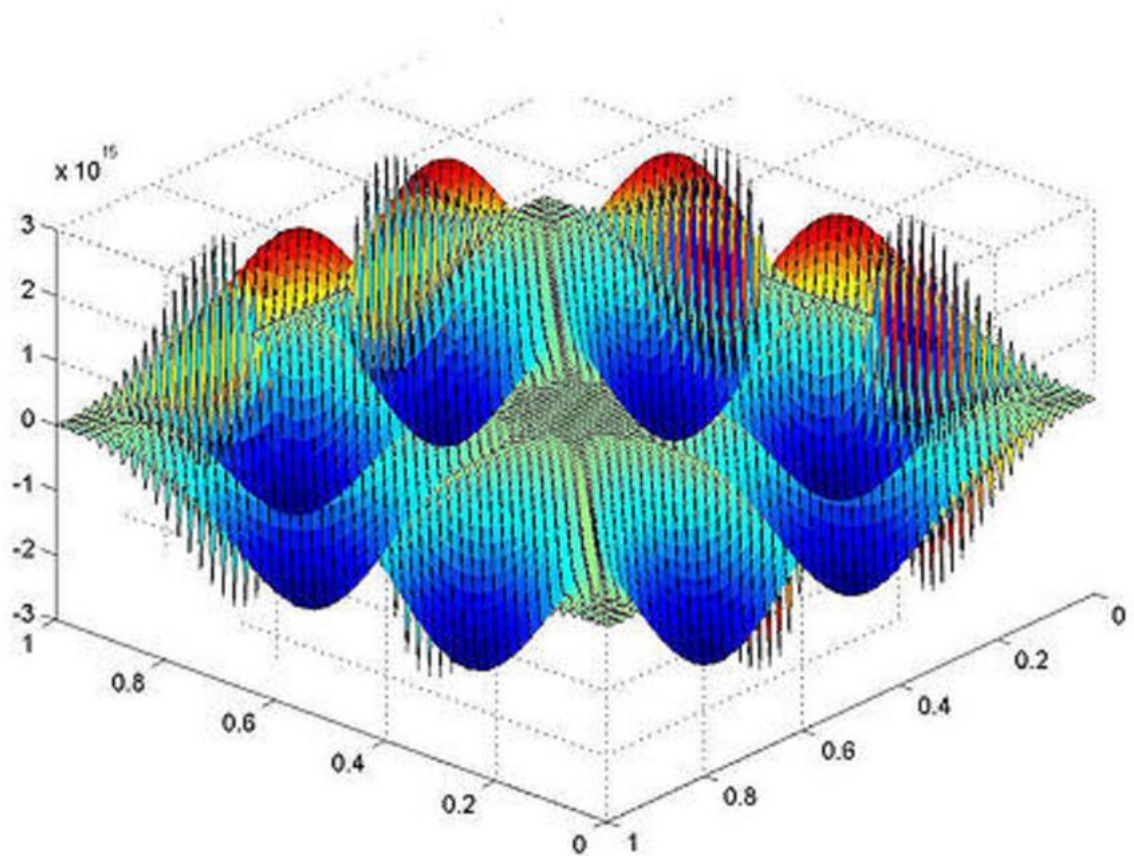


HANDLINGSPLAN FOR MATEMATISK KOMPETANSE I BARNEHAGE OG SKOLE I ULLENSAKER



Ullensaker kommune

www.ullensaker.kommune.no

Innholdsfortegnelse

2	Bakgrunn	3
3	Hovedmål og forankring	3
3.1	Presisering av mål.....	3
3.2	Formål med matematikk i barnehage og skole	4
3.2.1	Intensjon og gjennomføring	4
4	Matematisk kompetanse i planen	6
4.1	Matematikkforståelse	6
4.1.1	Føringer for barnehager og skoler i Ullensaker	6
5	Tilpasset opplæring og sentrale metoder	8
5.1	Dimensjoner for arbeid med tilpasset opplæring	8
5.2	Kartlegging og oppfølging.....	8
5.2.1	Kartleggingsverktøy/prøver for screening av klasse/gruppe	9
5.2.2	Videre kartlegging av enkeltelever etter behov	10
5.3	Elever som strever i matematikk.....	10
5.3.1	Generelle og spesifikke matematikkvansker	10
5.3.2	Hva kjennetegner elever som strever i matematikk?	11
5.4	Tiltak for elever som strever i matematikk	11
5.4.1	Kartlegging og tidlig identifisering.....	11
5.4.2	Tiltak på nivå 2 og nivå 3	12
5.5	Høytpresterende elever i matematikk	14
5.5.1	Hva kjennetegner høytpresterende elever i matematikk?	14
5.5.2	Gode prinsipper for undervisning	15
5.5.3	Tiltak for høytpresterende elever	15
6	Fagets struktur og hovedområder for skole.....	17
6.1	Prinsipper og valg av metoder for opplæring av matematikk i grunnskolen.....	17
6.1.1	Føringer for skoler i Ullensaker	18
6.1.2	Anbefalinger for organisering og arbeid i Ullensakerskolen	21
7	Matematikk i Ullensaker barnehagene	22
7.1	Lekens betydning for matematisk kompetanse	22
7.2	Språk og matematikk.....	23
7.3	Matematikk i barnehagene i Ullensaker	23

7.4	Personalet.....	24
7.5	Prosessmål.....	25
8	Samarbeid mellom hjem og skole og barnehage	29
9	Implementering.....	30
10	Referanser	31
11	Vedlegg.....	33

1 Bakgrunn

I HSB-møte 20.8.2014, PS-sak 14/49, ble det vedtatt å etablere en handlingsplan for matematisk kompetanse i barnehager og skoler i Ullensaker kommune. Resultatene i matematikk og grunnleggende ferdigheter i regning i Ullensaker kommune er varierende år for år. Med bakgrunn i dette er det behov for å etablere en målrettet, systematisk og helhetlig handlingsplan for matematisk kompetanse, og følge opp denne i opplæringsløpet over et lengre tidsperspektiv. Planen skal gi en mer helhetlig og tydelig retning for hvordan resultater i matematikk og regning kan forbedres, og slik sett også bidra til å utjevne elevenes sosioøkonomiske bakgrunn.

Handlingsplan for matematisk kompetanse i barnehage og skole i Ullensaker er en oppfølging av Strategiplan for læringsutbytte 2015-2018, rullert i Kommunestyret 1. desember 2014. Handlingsplanen inkluderer tiltak og satsningsområder som skal bidra til utvikling av matematisk kompetanse i Ullensakerskolen i tråd med strategiplanen.

2 Hovedmål og forankring

Hovedmål med planen er at alle barn og unge i Ullensaker kommune skal ha god kompetanse i matematikk. Planen gir kommunale føringer for arbeid med blant annet tallforståelse og regning som viktige komponenter for at elevene skal tilegne seg matematisk kompetanse i barnehager og skoler i Ullensaker kommune. For å kvalitetssikre utviklingen av matematisk kompetanse hos barn og unge i tråd med de mål som rammeplanen og læreplanen setter, gjelder planen for alle aldersgrupper i barnehagen og alle trinn i grunnskolen. Planen er forpliktende for alle som arbeider med læring og læringsutbytte i Ullensaker kommune, og gir føringer for helhetlig opplæring i matematikk, uavhengig av skole og lærer. Hensikten er at ansatte i barnehager og skoler skal oppleve planen som hjelp til å velge arbeidsmåter og metoder som støttes av nyere forskning innen utvikling og innlæring av matematisk kompetanse.

2.1 Presisering av mål

Målsetningene under er i henhold til den nye Rammeplanen for barnehage, Læreplan i matematikk og Strategidokumentet «*tett på realfag (2015/2019)*»¹

Opplæringen i matematikk har som mål at barn og unge skal:

- oppleve glede over å utforske og leke med tall, former og tilegne seg gode og anvendbare matematiske begreper
- mestre matematikken, utrykke mønstre og sammenhenger, og bruke matematikken på kreative og lekende måter
- utvikle funksjonelle regnestrategier for et livslangt perspektiv
- få støtte i sin utvikling av tallforståelse og matematisk kompetanse, blant annet de åtte matematikkkompetansene som beskrevet i Kunnskapsløftet²
- forstå, reflektere og tenke kritisk om informasjon og tallmateriale i det samfunnet de er en del av
- få mulighet og støtte til å utvikle og realisere sitt potensiale ytterligere innen matematikkfaget ved å kommunisere matematikk skriftlig, muntlig og digitalt

¹ https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf

² <http://matematikkenteret.no/content/1866/Kompetanser-i-matematikk-Niss-2002>

- tilegne seg en matematisk kompetanse som gir oversikt og styring over egen økonomi på en hensiktsmessig måte

2.2 Formål med matematikk i barnehage og skole

Solid matematisk kompetanse er en forutsetning for utvikling av samfunnet. Faget griper inn i vitale samfunnsområder som medisin, økonomi, teknologi, energiforvaltning, kommunikasjon og byggevirksomhet. Allerede i barnehagen skal barn møte de grunnleggende konseptene innen fagområdet antall, rom og form, og natur, miljø og teknikk. I arbeid med disse fagområdene er formålet å utvikle barns matematiske kompetanse, og at dette skal skje gjennom lek, hverdagsaktiviteter og eksperimentering i et helhetlig læringsmiljø. Disse grunnleggende byggesteinene er nødvendige forutsetningene for videreutvikling av matematisk kompetanse. Dette innebærer bruk av problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det, samt vurderer hvor gyldig løsningen er.

2.2.1 Intensjon og gjennomføring

Planen skal:

- tas i bruk av barnehager og skoler i Ullensaker kommune, og gjelde for alle aldergrupper
- sette tydelige krav og forventinger til elever, pedagoger og skoleledere
- være et verktøy for pedagoger for å sikre at alle barn og unge innehar den kompetansen det skal bygges videre på i neste trinn
- være tydelig og beskrive hvilken kompetanse som bør prioriteres i overgang mellom barnehage, småtrinn, mellomtrinn og ungdomstrinn
- inneholde forslag til læringsaktiviteter basert på fagdidaktiske prinsipper
- være et redskap for kvalitetssikring av matematisk forståelse i barnehage og opplæringen av matematikk i skole,
- sørge for anvendelige forskningsbaserte matematiske tilnærminger, der mål, kartlegging og oppfølging er en del av kvalitetssikringsarbeidet
- være verktøyet skoler og barnehager trenger for å sette større fokus på matematiske prosesser, slik som utforskning, undersøkelser, problemløsning, representasjon og modellering
- gi personalet i barnehagen og skolen forståelse for viktigheten av å lytte og aktivere forkunnskap for barns matematikk, og legge til rette for lek, aktiviteter og eksperimentering innenfor fagområdene som tidligere nevnt
- gi lærerne i grunnskolen forståelse for viktigheten av å aktivere elevenes matematiske forkunnskap, og tilrettelegge for læringsaktiviteter gjennom utforskning og kritisk tenkning

Gjennomføringen av planen forutsetter at personalet i barnehage og skole:

- har relevant kunnskap om hverandres fagområder
- har kunnskap om forventet utvikling av matematisk kompetanse
- har kunnskap om det matematiske teorigrunnlaget og ulike metoder for utvikling av matematisk kompetanse
- er i stand til å bruke kunnskapen på en variert måte og kan overføre kunnskapen i nye situasjoner

Gjennomføringen av planen forutsetter at barnehagestyrere og barnehageeiere, skoleledere og skoleeier:

- bidrar til kontinuerlig, målrettet og helhetlig kompetanseutvikling
- analyserer og følger opp resultater i etterkant av kartlegginger
- Viser engasjement for forskningsbaserte pedagogiske metoder og strategier i utviklingen av matematisk kompetanse på eget område
- Avsetter tilstrekkelig tid til implementering og oppfølging av hovedkomponentene i denne planen

3 Matematisk kompetanse i planen

Den matematiske kompetansen som legges til grunn i denne planen bryter med den tradisjonelle, pensumbaserte beskrivelsen av matematikkfaget. Skolematematikken har ifølge Mona Røsseland³ vært preget av et fokus på produktet og den riktige fremgangsmåten, noe som har gått på bekostning av forståelsen som Læreplanen(K06) legger til grunn for. Begrepet *matematisk kompetanse* i denne planen er etter modellen til Kilpatrick⁴, også kalt for «*mathematical proficiency*». Her deles matematisk kompetanse inn i fem delkomponenter:

- i) Conceptual understanding (begrepsforståelse)
- ii) Adaptive reasoning (resonnementferdigheter)
- iii) Strategic competence (problemløsningskompetanse)
- iv) Procedural fluency (regneferdigheter)
- v) Productive disposition (engasjement)

Komponentene ovenfor bør utvikles samtidig og skal legges til grunn i den daglige operasjonaliseringen av matematikkopplæringen og arbeidet med regning som grunnleggende ferdighet i alle fag. Se punkt 5.2.1. for en ytterligere beskrivelse av de fem komponentene.

3.1 Matematikkforståelse

I operasjonalisering av de fem komponentene etter Kilpatricks modell nevnt ovenfor, skilles det derfor i denne planen mellom følgende former for matematikkforståelse⁵;

- a) Instrumentell forståelse (prosedyrekunnskap)** betyr at eleven lærer et økende antall regler og formler, og hvordan disse skal brukes til å løse oppgaver, uten begrunnelse for hvorfor reglene brukes. Elevene som benytter seg av denne matematiske forståelsen har ikke utviklet en forståelse av de underliggende relasjonene mellom de forskjellige reglene/formlene
- b) Relasjonell forståelse (begrepsmessig kunnskap)** innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom begrepene. Det betyr at elevene vet både hvorfor og hvordan en oppgave skal/kan løses på en bestemt eller ulike måter. Elevene benytter seg av mentale strukturer og kan nærmest lage uendelige strategier for å løse matematiske problemer

3.1.1 Føringer for barnehager og skoler i Ullensaker

Den instrumentelle forståelsen eller prosedyrekunnskapen alene omfavner ikke essensen i matematikkfaget. Etter hvert som elevene beveger seg i det matematiske landskapet blir reglene/formlene altfor mange og omfattende, noe som kan medføre at elevene mister engasjement og gnist for faget⁶.

For å kunne arbeide med dybdelæring i matematikkopplæring og grunnleggende ferdigheter, skal barnehager og skoler i Ullensaker kommune benytte seg av den relasjonelle forståelsen. Den instrumentelle forståelsen skal undertones og benyttes kun når den relasjonelle forståelsen er godt etablert/innarbeidet hos eleven.

³ Tangenten 1/2005

⁴ Kilpatrick, Swafford & Findell 2001

⁵ Richard R. Skemp

⁶ Eisenhart et al., 1993

I anvendelse av de fem komponentene etter Kilpatricks modell skal det legges vekt på sammenheng mellom utvikling av begrepsmessig kunnskap og prosedyrekunnskap. Formålet med dette er en integrert og balansert utvikling av begreper og prosedyrer i matematikkopplæring, som styrker matematisk kompetanse vektlagt i Rammeplanen og Læreplanen (K06).

4 Tilpasset opplæring og sentrale metoder

Gjennom denne planen har kommunen som mål å bidra til utvikling av matematisk kompetanse og grunnleggende ferdigheter i regning for barn og unge. Det forutsetter at alle som arbeider med opplæring i matematikk setter seg inn i kunnskapsgrunnlaget som fremkommer av denne planen, og tilegner seg de nødvendige ferdighetene som planen legger opp til.

4.1 Dimensjoner for arbeid med tilpasset opplæring

Tilpasset opplæring skal etter lovens krav favne både ordinær opplæring og spesialundervisning. Tilpasset opplæring er ikke et mål i seg selv, men et virkemiddel for at elevene skal oppleve økt læringsutbytte. Det betyr at hele skolen som system skal arbeide helhetlig med å sørge for at elever får den opplæringen de behøver i matematikkfaget. Planen gir noen muligheter, skisserer dimensjoner og viser til konkrete arbeidsmåter som kan åpne for variasjoner og lokale tilpasninger.

Matematikksenter⁷ viser til fire dimensjoner lærere og elever kan ta stilling til i arbeidet med tilpasset opplæring i matematikk. De fire dimensjonene omfatter; tid, rom, ressurser og språk.

Eksemplifisering av dimensjonene er som vist i tabellen nedenfor;

Tid <ul style="list-style-type: none">• Hvordan er tiden organisert eller delt opp i matematikktimene (intensitet)?• Hvem har kontrollen over tiden i timen• Hvordan bestemmes det?• Hva slags muligheter gir ulik organisering av tiden?• Hva ønskes oppnådd med disponibel tid	Rom <ul style="list-style-type: none">• Hvordan organiseres læringsarealet?• Hvem har kontrollen over organiseringsformen?• Hva slags muligheter gir ulik organisering til interaksjoner i læringsmiljøet?
Ressurser <ul style="list-style-type: none">• Hva er det som utgjør ressurser i læringsarbeidet?• Er de avledet fra faget, eller fra elevers erfaringer og kunnskap?• Hvem har ansvar for introduksjon, erfaringsdeling eller organisering av ressurser?	Språk <ul style="list-style-type: none">• Hvem snakker i klasserommet?• Hvem har kontroll over samtalen?• Hva slags type samtaler foregår (spørsmål, svar, debatt, undring)?

Tabell 1.

4.2 Kartlegging og oppfølging

Valg av riktig kartleggingsverktøy er avgjørende for å nå målene med tilpasset opplæring. Formålet med kartlegging er å avdekke elevenes kunnskaper og læringsbehov i henhold til deres proksimale utviklingszone. Resultater fra kartlegging danner ofte grunnlag for beslutning knyttet tiltak og gjennomføring. I følge Antoniazzi, Snow & Dickson-Swift⁸ kan kartleggingsverktøy være læringsstøttende dersom det riktig verktøyet benyttes til riktig aldergruppe.

⁷ <http://www.matematikkenteret.no/content/2224/Tilpasset-opplaring>

⁸ <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3109/17549500903104447>

Siden kartleggingsverktøy har så stor betydning for valg av adekvate tiltak i opplæring, er det lagt følgende tommelfingerregler til grunn for valg av riktig kartleggingsverktøy

- Direkte informasjon – Kartleggingsverktøyet må kunne gi direkte informasjon og pålitelige resultater om hva som måles
- Tydelig og klar beskrivelse av verktøyets bakgrunn, prosedyrer for gjennomføring og tolkning av resultater
- Normering – Kartleggingsverktøy må kunne ha et grunnlag for sammenligning med andre referansepunkter som også kan evalueres
- Reliabilitet
- Validitet

Med bakgrunn i kriteriene ovenfor skal kartlegging av elevenes ståsted i matematikk begrenses til følgende obligatoriske kartleggingsverktøy/prøver. Se i tillegg fremstillingen i tabell 2;

4.2.1 Kartleggingsverktøy/prøver for screening av klasse/gruppe

- a) **Alle teller:** er et nyttig kartleggingsverktøy for tallforståelse og omfatter tester for hvert årstrinn fra 1. til 10. årstrinn. *Alle teller* er en lærerveiledning for innføring av nøkkelbegreper og inneholder forklaring på hvordan og hvorfor misforståelser og misoppfatninger oppstår. Verktøyet har også gode praktiske tips til læreren, og gir blant annet forslag til hvordan undervisningen bør legges opp ved innføring av nye begreper
- b) **Kartleggeren:** inneholder et komplett system med for-test og etter-test. Resultatene blir tilgjengeliggjort umiddelbart etter at testene er fullført. Testene er enkle å bruke og stiller ingen krav til forhåndsforberedelser. Matematikktesten⁹ dekker følgende områder:
 - **De fire regneartene:** Eleven skal løse blandede oppgaver med de fire regneartene. Det er også noen oppgaver der eleven skal bestemme hvilken regneart som må benyttes for å løse en oppgave.
 - **Tallsystemet:** Eleven skal gjennom forskjellige oppgaver vise at de forstår 10-tallsystemet.
 - **Hverdagsliv:** Oppgaver der eleven skal regne med tid, omregning av enheter, valuta og hastighet.
 - **Brøk og prosent:** Beregne og forkorte ulike brøker, gjøre om tall fra grunnform til prosent og utføre ulike beregninger ut ifra presentsats.
 - **Geometri:** Eleven skal navngi figurer, beregne areal, omkrets og volum.
 - **Statistikk:** Eleven skal lese av ulike diagrammer, tolke størrelsessammenhenger, lese av grafer og angi gjennomsnittsverdier.
 - **Ligninger** (fra 8. trinn og opp): Eleven skal løse ulike ligninger med én ukjent
- c) **Nasjonale prøver i regning:** resultater fra nasjonale prøver i regning gir et avgrenset bilde av de ferdighetene og den kompetansen elevene har. Det anbefales derfor at resultatene ses i sammenheng med de andre kartleggingsprøvene som fremkommer i denne planen
- d) **Udires kartleggingsprøver i regning:** har som formål å finne de elevene som trenger ekstra hjelp og støtte de første skoleårene. Kartleggingsprøvene gir god informasjon om de 20 prosentene av elever som presterer på lavt nivå, men lite informasjon om elever med gode

⁹ <http://kartleggeren.no/node/8>

ferdigheter i regning. Kartleggingsprøven i regning kombineres med *Alle teller* dersom det dreier seg om misforståelser og misoppfatninger

4.2.2 Videre kartlegging av enkeltelever etter behov

Kartleggingsverktøyene under skal kun benyttes dersom skolen etter gjennomføring og oppfølging av tiltak fortsatt ikke kan avdekke elevenes mangel i matematikk.

- a) **Udir læringsstøttende prøver (5.-10.trinn)**¹⁰: gir informasjon om hva elever mestrer, og hva de må arbeide mer med. Prøvene kan brukes til å identifisere misoppfatninger og manglende begrepsforståelse som kan være til hinder for læring.
- b) **Analyse av leseforståelse i problemløsning (ALP)**: Kartlegging av forholdet mellom leseferdighet, leseforståelse, de matematiske grunnbegrepene og den matematisk-logiske tenkningen.¹¹

Screening klasse/gruppe – Obligatoriske	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nasjonale Prøver					X			X	X	
Obligatorisk kartleggingsprøve – Udir	X	X	X							
Alle teller	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Kartleggeren					X	X	X	X	X	X
Videre kartlegging av enkeltelever etter behov										
Analyse av leseforståelse i problemløsning		X	X	X	X	X	X	X	X	X
Udirs Læringsstøttende prøver					X	X	X	X	X	X

Tabell 2.

4.3 Elever som strever i matematikk

Det er 10 – 15 prosent av elevene i grunnskolen, som opplever vansker med å tilegne seg funksjonelle ferdigheter i matematikk. Det kan være ulike årsaker til at en elev har vansker med matematikk, og vanskene kan arte seg forskjellig for ulike elever. Forståelse og ferdigheter i matematikk avhenger av ulike verbale og nonverbale kognitive ferdigheter og funksjoner. Sosiale og relasjonelle faktorer og emosjonelle reaksjoner er noen av faktorer som kan føre til matematikkvansker. Pedagogiske faktorer kan også medvirke, ved at elevens behov og forutsetninger ikke ivaretas tilstrekkelig i undervisningen. Vansker i matematikk kan derfor anses som en multifaktorell vanske, fordi det er et komplekst samspill av ulike faktorer som kan medføre at en elev viser vansker i matematikk¹². I tillegg til de overnevnte faktorene kan matematikkvansker ofte oppstå sammen med andre utfordringer, for eksempel lese- og skrivevansker, språkvansker eller ADHD. Ofte er det utfordringene på andre områder, som er hovedårsaken til at en elev henvises til PPT¹³.

4.3.1 Generelle og spesifikke matematikkvansker

Betegnelsene **spesifikke matematikkvansker (dyskalkuli)** referer til en betydelig svekkelse i matematiske ferdigheter, som ikke kan forklares gjennom betydelige generelle lærevansker eller manglende adekvat opplæring i matematikk. En elev med spesifikke matematikkvansker vil som oftest ha ulike evnemessige forutsetninger, men har et markert misforhold mellom evnenivå og

¹⁰ <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/laringsstottende-prover/>

¹¹ Gudrun Malmer: Hanne Solem, Gan forlag (2007)

¹² Ostad, 2010

¹³ Tvedt & Johnsen 2002

ferdigheter i matematikk. Statistisk sett beregnes det at kun 5 – 6 prosent har spesifikke matematikkvansker. ¹⁴ Elever med **generelle matematikkvansker** er primært elever som også strever med andre skolefag, har svakere kognitive forutsetninger og den faglige progresjonen er ofte langsommere.

4.3.2 Hva kjennetegner elever som strever i matematikk?

- Manglende mestring av grunnleggende matematiske funksjoner som telling, antallsoppfatning, sammenligning av størrelser (mengder og tall), plassverdi, enkel aritmetikk og estimering av tall, mengder og størrelser ¹⁵
- Svak språklig forståelse. Dette innebærer begrenset forståelse av bla. preposisjoner og relasjonsbegreper, og mangelfull forståelse av matematiske ord og begreper
- Elevene benytter tellebaserte strategier i oppgaveløsningen. Dette kan observeres gjennom fingertelling eller at eleven bruker lang tid på å løse oppgaver ¹⁶
- Elever med matematikkvansker, har ofte utfordringer med arbeidsminnet¹⁷. Regning stiller store krav til at eleven kan bearbeide tall i minnet

4.3.2.1 Føringer for skoler i Ullensaker

For å kunne iverksette riktig tiltak, må intervensjonen for elever med matematikkvansker igangsettes allerede i småskolen, hovedsakelig 1.-3 trinn. Det skal ved mistanke gjennomføres en grundig begynnende kartlegging i matematikk så tidlig som mulig, og senest en måned etter at mistanken oppstod, i henhold til føringer i underkapitlene 4.4.1-4.4.2. Ved utarbeidelse av tiltak skal det skilles mellom de to typene matematikkvansker beskrevet ovenfor. Skolen skal be om råd og veiledning fra Ullensaker PPT i ressursteam. Tiltak som iverksettes skal være i henhold til type matematikkvansker og skal evalueres og eventuelt endres/justeres hvert halvår.

4.4 Tiltak for elever som strever i matematikk

Tiltakene som beskrives i dette kapitlet, er hovedsakelig ment å kunne gjennomføres innenfor rammen av tilpasset opplæring etter § 1-3 i Opplæringsloven. Gjennom å styrke tilpasset opplæring, vil man trolig redusere antall elever som vil ha behov for forsterket tilpasset opplæring, i form av spesialundervisning. Tiltakene vil likevel også anses som aktuelle for elever som har rett til spesialundervisning etter § 5-1 i Opplæringsloven.

4.4.1 Kartlegging og tidlig identifisering

For å kunne redusere andelen elever som strever med matematikk i Ullensakerskolen, må elevene oppdages tidlig og følges opp med effektive tiltak. Ved bruk av screenings- og kartleggingsprøver, kan det identifiseres elever som skårer under bekymringsgrensen og som har behov for videre oppfølging. I Ullensakerskolen skal en kombinasjon av kvantitativ og kvalitativ kartlegging benyttes, ettersom disse er nødvendige for å igangsette tiltak som er tilpasset elevens behov¹⁸. En kvantitativ undersøkelse kan fortelle noe om elevens nåværende funksjonsnivå i matematikk, og om eleven mestrer bestemte ferdigheter. En kvalitativ undersøkelse avdekker under hvilke betingelser, og med hvilke strategier eleven løser oppgaven¹⁹. Det er derfor ikke tilstrekkelig å kun benytte kvantitativ

¹⁴ Desoete, 2015

¹⁵ Lunde & Forthun, 2012

¹⁶ Ostad, 2010

¹⁷ Desoete, 2015

¹⁸ Dowker & Morris 2015

¹⁹ Lunde 1997

måling av elevens forståelse og ferdigheter i matematikk. Skolen må også skaffe informasjon om hvordan eleven tenker matematikk, gjennom kvalitativ måling eller dynamisk kartlegging.

Response to intervention

Response to intervention (RTI) er en forskningsbasert systematisk og strukturert tilnærming til kartlegging og igangsetting av effektive tiltak²⁰ jamfør dynamisk kartlegging som er omtalt ved punkt.4.2.1. Sentralt ved bruk av modellen er å kartlegge elevenes utbytte av opplæringen i klasserommet. Ved mistanke av elevenes manglende utbytte av den ordinære opplæringen i

Steg i problemløsningen	Kartleggingsstrategi	Vurdering/beslutning
Identifisering av problemet	Observasjon av elevens faglige utvikling	En uformell vurdering av elevens faglige sosiale og kognitive situasjon
Definering av problemet	Kartlegging av elevens måloppnåelse i henhold til kompetansemålene på trinnet	En formell vurdering med pedagogiske kartleggingsprøver
Utforming av en tiltaksplan	Formulering av alternative tiltak for å bedre elevenes læringsutbytte	Hva synes å være den beste strategien for tiltak, og hva kan skolen tilby?
Iverksetting av tiltak	Formativ og summativ vurdering underveis i prosessen	Er elevens faglige utvikling i tråd med tiltaksplanen?
Problemløsning	Ny kartlegging av elevens måloppnåelse av kompetansemålene på trinnet	Har det opprinnelige problemet blitt løst gjennom tiltaket? Bør eleven henvises til utredning ved PPT?

matematikk, skal modellen benyttes slik det er skissert i tabell 3 nedenfor;

4.4.2 Tiltak på nivå 2 og nivå 3

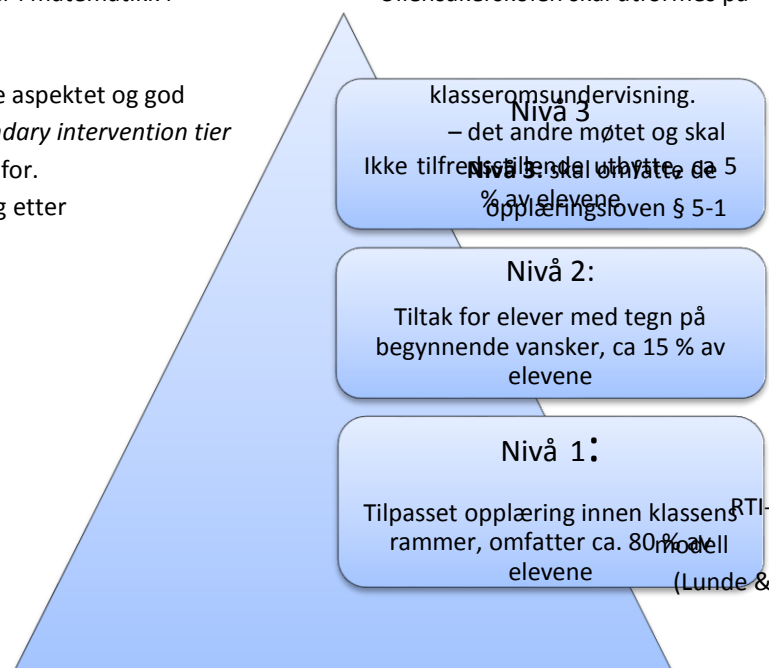
Arbeid med elever med svake ferdigheter i matematikk i tre nivåer.

Nivå 1: skal fokusere på det forbyggende aspektet og god

Nivå 2: dette nivået betegnes som *secondary intervention tier* gjennomføres i henhold til tabell 3. ovenfor.

elevene som har fast spesialundervisning etter

Ullensakerskolen skal utformes på



²⁰ Lindbäck og Strandkleiv, 2010

Følgende innhold skal inngå som en del av tiltak som igangsettes på nivå 2 og 3 etter RTI-modellen ovenfor:

- **Seriesjon og klassifikasjon:** I henhold til forskning på området, kan seriesjon og klassifikasjon være gode prediktorer for senere matematikkferdigheter hos barn²¹. Seriesjon defineres som evnen til å sortere objekter i rekke etter bestemte kriterier, for eksempel vekt eller lengde. Klassifikasjon defineres som evnen til å sortere objekter basert på likheter²² Klassifikasjon innebærer at eleven sammenligner gjenstander, hendelser eller grupper, finner ut hvorfor noe hører sammen, hva som er likt og felles, og hva som er ulikt og forskjellig²³
- **Telling/numerasjon:** er et viktig grunnlag for tallforståelse og regning, og tellekunnskap synes å være en spesielt viktig faktor for elevers utregningsferdigheter. Gjennom telling får elevene mulighet til å oppdage mønstre, se sammenhenger, tallenes rekkefølge, plassering i tallrekka og avstander mellom tall.²⁴ For å utvikle god telleferdighet, er det tre prinsipper elevene må mestre:
 - a) **Ordinalitet:** Elevene må kunne tallrekka. Dette kalles det ordinale aspektet ved tallforståelsen, og betyr at tallene har en bestemt rekkefølge
 - b) **En-til-en-korrespondanse.** Elevene må kunne knytte tallordene til objektene som telles, en for en
 - c) **Kardinalitet:** Det kardinale aspektet ved tallforståelsen, innebærer at elevene har lært at det siste tallordet i tellingen, representerer antallet. Bruk av brettspill i undervisningen, er godt egnet for å øve på telling fordi det involverer alle tre telleprinsippene. Felles høytelling og tellestafett er aktiviteter som kan bidra til at elevene lærer telleremsen. Når elevene er blitt fortrolige med å telle med en om gangen, kan de telle med to, tre, fire, fem og ti om gangen. Ulike telleaktiviteter vil kunne gi elevene mulighet til å utforske og oppdage mønstre, som for eksempel at 5-gangen alltid slutter på 0 og 5. For å konkretisere kan man knytte telling til objekter, bruke kalkulator eller hundrekart som støtte
- **Representasjoner for tall:** Å kunne representere tall og størrelser på varierte måter, bidrar til at elevene kan danne seg mentale bilder av tallene. Eksempel på tallrepresentasjon er som følgende;

²¹ Desoete, 2015

²² Bollerslev, Beck, Hansen, Jørgensen, Petersen, 2005

²³ Magne 2003, Solem og Reikerås 2004

²⁴ Desoete, 2015; Solem, Alseth & Nordberg, 2010

La oss ta utgangspunkt i begrepsmessig forståelse av tall. For at elevene skal kunne utvikle grunnleggende tallforståelse, er ulike måter å representere tall på og overganger mellom disse representasjonene svært avgjørende. Ta for eksempel tallet 6. Det kan representeres som;

- En mengde på 6 objekter
- Kvantifisering av fysisk størrelse (som f.eks. en lengde på 6)
- Et tall på tallinja som står i relasjon til andre tall (6 er f.eks. større enn 4 men mindre enn 6,1)
- Symbolet 6
- Summen av 2 og 4, produktet av 2 og 3, kvotient av 12 (dividend) og 2 (divisor)

I arbeid med representasjoner for tall, kan perlesnora og tom tallinje benyttes i henhold til punkt 5.1.2.

- **Begrepsforståelse i matematikk**

Svak forståelse av språk og begreper, kan skape vansker i matematikk. Språkforståelse er en spesielt viktig del av den tidlige matematiske forståelsen, men også forståelse av oppgaver på alle nivåer. Dette krever at elevene har en god forståelse for grunnleggende matematiske begreper. Utvikling av matematisk forståelse er relatert til elevenes evne til å sammenligne, og derav elevens forståelse og bruk av relasjonsbegreper.²⁵ For elever med svake ferdigheter i matematikk skal begrepsforståelse være en sentral del av opplæringen

4.5 Høytpresterende elever i matematikk

I dette kapittelet skilles det mellom høytpresterende elever i matematikk og evnerike elever. En høytpresterende elev er i henhold til begrepet, en elev som har høy måloppnåelse/presterer faglig høyt i matematikk. Definisjon på hva det vil si å være en evnerik elev er derimot mange. Likevel er det stor enighet om at en av de grunnleggende kjennetegnene til evnerike barn og unge, er den høyere kognitive intelligensen disse elevene besitter, sammenlignet med sine jevnaldrende. Dette dreier seg om elever med IQ på 130 og over, noe som tilsvarer 2-5% av befolkningen.²⁶

4.5.1 Hva kjennetegner høytpresterende elever i matematikk?

Høytpresterende elever i matematikk bruker i større grad kontroll-, utdypnings- og hukommelsesstrategier, som blant annet å finne mer informasjon om problemløsningene de ikke forstår og relatere disse til nye begreper eller kunnskap de allerede besitter. Disse elevene blir mer motivert av konkurransebaserte læringssituasjoner, er mer selvdrevne og innehar større selvsikkerhet i faget.²⁷ I tillegg er disse elevene motiverte, besitter evnen til å holde fokus og er utholdende når de jobber med problemstillinger i faget²⁸.

²⁵ Aunio & Rasanen 2015

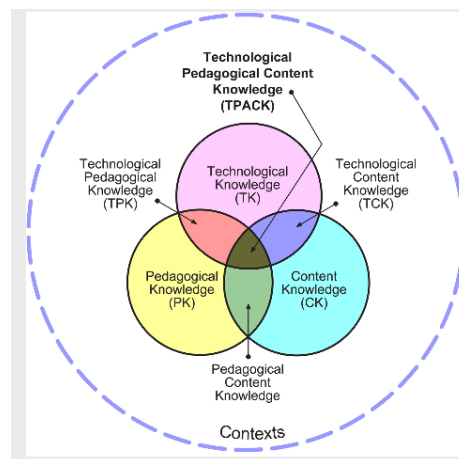
²⁶ Silverman 2009

²⁷ Nyström 2016

²⁸ Shavinia, 2009

4.5.2 Gode prinsipper for undervisning

- **Pedagogisk differensiering** er et godt utgangspunkt for tilpasning av undervisning for høytpresterende elever i matematikkfaget. Det omhandler tilpasning av innhold og arbeidsprosessen/produktet i henhold til elevenes proksimale utviklingsnivå. Pedagogisk differensiering skal ta for seg en integrering av mathematical *proficiency*.
- **Pedagogisk bruk av IKT** er en annen form for pedagogisk differensiering. Denne typen differensiering kan forstås som lærernes sammensatte kompetanse innen tre kunnskapsområder: *fag og innhold, pedagogikk og teknologi*, etter TPACK (Technological pedagogical and content knowledge) modellen. Modellen innebærer bruk av digitale verktøy som kan støtte opp undervisningen i kombinasjon med de to andre kunnskapsområdene (fag og innhold, pedagogikk), slik det er illustrert i figuren under.
- **Strukturert stasjonsundervisning** er basert på prinsippet om tilpasset opplæring og vil kunne favne bruk av de ulike prinsippene og metodene beskrevet i denne planen.



TPACK (Teknologisk, pedagogisk og content knowledge. (figur 2)

4.5.3 Tiltak for høytpresterende elever

Tiltakene som beskrives i dette kapittelet, er på samme måte som tiltakene for elever som strever i matematikk, ment å kunne gjennomføres innenfor rammen av tilpasset opplæring etter opplæringsloven § 1-3. Formålet med dette kapittelet er å bidra til teoretiske og praktiske tilnærminger om hvordan Ullensakerskolen kan tilrettelegge for elever som presenterer særlig høyt i matematikkfaget. Tiltakene skal kunne gi langsiktig og mer helhetlig satsning for elever som presterer på høyt faglig nivå, elever som har spesielle talenter og elever som har potensiale til å nå de høyeste faglige nivåene i matematikkfaget.

Når undervisningen skal tilpasses for de høytpresterende elevene, bør det vurderes hva slags kompetanse i matematikk de behøver og hvordan tiltaket kan ivareta alle disse aspektene. For at elever som er høytpresterende i matematikkfaget skal utnytte sitt potensiale, foreslås følgende tiltak;

- **Rike oppgaver:** Problemløsningsoppgaver som gir diskusjonsmuligheter med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper. Se punkt 5.2.1
- **Den virtuelle Matematikkskolen – T (DVM-T):** tiltaket skal rettes mot elever på ungdomsskole og i særtilfeller mot elever på barneskole som ønsker å ta T-matematikken på videregående skole
- **Berikelse:** et begrep som brukes for å beskrive en undervisning som ivaretar både de høyt- og lavtpresterende elevene i det samme heterogene klasserommet. Jahr (2000) beskriver hvordan berikelse i matematikk-klasserommet kan sammenlignes med et menneske som går tur med hunden sin:

*Hunden løper mye fortere enn sitt menneske, men den løper ikke rett hjem og sitter der og venter i timevis. Den går samme tur som oss, men snuser borti så mye mer; under røtter, i maurtuer, bak hvert tre. Det er altså mulig å lære mer enn sine turkamerater på den samme turen, uten å miste kontakten!*²⁹

For å kunne oppnå berikelse i klasserommet der også de høytpresterende elevene har et faglig utbytte og blir utfordret, er det igjen fokuset på relasjonell forståelse som bør stå i sentrum. Et klasserom med fokus på variert undervisning med utforskende oppgaver og et tydelig fokus på argumentasjon, strategier og logikk, vil kunne utfordre de høytpresterende elevene

- **Forsering:** Ullensaker kommune har i en årrekke hatt en samarbeidsavtale med Jessheim videregående skole som muliggjør forsering for elever på ungdomstrinnet. Høytpresterende elever på barnetrinnet har også mulighet til å forsere matematikkfaget, forutsatt at de har blitt utfordret til å utvikle flere dimensjoner av matematisk kompetanse som beskrevet i denne planen.

²⁹ Jahr, 2000, s. 82

5 Fagets struktur og hovedområder for skole

Dette kapitlet er todelt og retningsgivende for hva, hvorfor og hvordan barnehager og skoler i Ullensaker kommune skal arbeide med spesifikke områder innenfor matematikk.

Matematikk i barnehage er i henhold til den nye rammeplanen og omfatter fagområdene: *Antall, Rom og Form, Natur, Miljø og Teknikk*. Det legges vekt på tiltak for ulike arbeidsgrupper og arbeidsmåter i lys av hovedområdene. Når det gjelder arbeid med matematisk kompetanse i Ullensakerskolen retter vi fokus på prinsipper og metoder.

Matematikk i grunnskolen omfatter følgende hovedområder jfr. LKO6;

Årssteg	Hovedområde				
1. - 4.	Tall	Geometri	Måling	Statistikk	
5. - 7.	Tall og algebra	Geometri	Måling	Statistikk, sannsyn (bm.: sannsynlighet)	Funksjoner
8. -10.	Tal og algebra	Geometri	Måling	Statistikk, sannsyn og kombinatorikk	Funksjoner

Kompetanse i matematikk innebærer: å kunne forstå, avkode, tolke og bruke ulike matematiske objekter, problemer eller situasjoner.

I det følgende presenteres forslag til prinsipper og metoder som skal benyttes i operasjonalisering av komponentene innenfor de sentrale hovedområdene i henhold til Læreplanen i matematikkfaget.

5.1 Prinsipper og valg av metoder for opplæring av matematikk i grunnskolen

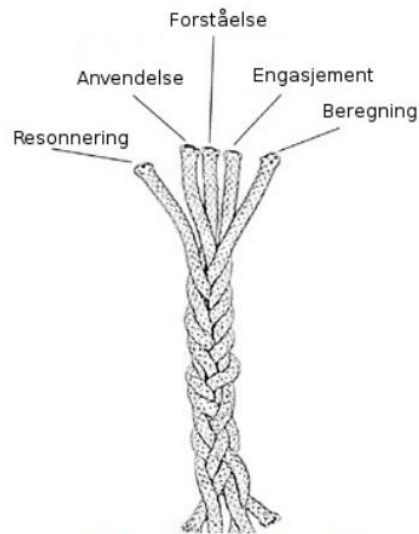
Matematikkopplæring er som oftest en tradisjonell, lærebokstyrt undervisningsform hvor læreren introduserer dagens tema, viser eksempler på tavlen og deretter ber elevene om å løse oppgavene som står i boken³⁰. Det legges stor vekt på å vise hvordan man finner det riktige svaret, og oppgavene elevene arbeider med er ofte like i strukturen (instrumentell forståelse). Å se sammenhenger og vite hvorfor får mindre oppmerksomhet.

Gjennom denne planen ønsker vi at Ullensakerskolen skal bevege seg vekk fra idéen om at matematikk hovedsakelig består av regler og algoritmer, som må læres utenat. Fokuset bør snarere rettes mot at elever lærer å tenke, resonnere og løse problemer på en selvstendig måte og med selvinnsikt. Det understrekes at elevene i Ullensakerskolen skal oppleve undervisningen i matematikk som variert og praktisk.

³⁰ Alseth, Breiteig & Brekke, 2003

Denne matematiske kompetansen kan beskrives ved hjelp av fem komponenter som til sammen utgjør det Kilpatrick og hans kolleger kaller «*mathematical proficiency*»³¹

- **Forståelse:** Forstå matematiske begreper, representasjoner, operasjoner, prosedyrer og relasjoner
- **Beregning:** Utføre prosedyrer (som involverer tall, størrelser og figurer) effektivt, nøyaktig og fleksibelt
- **Anvendelse:** Formulere problemer matematisk og utvikle strategier for å løse problemer ved å bruke passende begreper og prosedyrer
- **Resonnering:** Forklare og begrunne en løsning til et problem, eller utvide fra noe kjent til noe ukjent
- **Engasjement:** Være motivert for å lære matematikk, se på matematikk som nyttig og verdifullt, og en oppfatning om at innsats bidrar til økt læring i matematikk



Figur 3: Matematisk kompetanse består av fem sammenflettede tråder (oversatt utgave, hentet fra Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001, p. 117)

Komponentene kan forstås som tråder i et tau som er flettet sammen, og som er avhengige av hverandre (se figur 3). De fem komponentene støtter hverandre, og det er viktig å påpeke at elevene må utvikle alle fem samtidig. Forbindelsen mellom de ulike komponentene blir da forsterket og elevene utvikler kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant.

5.1.1 Føringer for skoler i Ullensaker

Elevenes matematiske kompetanse, i form av de fem komponentene, skal først og fremst utvikles i matematikkfaget, og i arbeid med grunnleggende ferdigheter i regning. For å fremme de rike tankeprosessene som ligger i den matematiske kompetansen, skal følgende tilnærming til opplæring i matematikkfaget og fagområder benyttes;

5.1.1.1 Undersøkende matematikkundervisning (*Inquiry based learning and teaching*)

En undersøkende matematikktime skiller seg i betydelig grad fra tradisjonell undervisning, og den følger ofte en tredelt struktur³². Oppgavene som egner seg til denne type undervisning blir ofte kalt «rike oppgaver». Se punkt 2 under.

- Læreren presenterer en ny, kognitivt krevende oppgave eller aktivitet for elevene
- Elevene får god tid til å jobbe med denne aktiviteten, læreren observerer arbeidet, oppmuntrer elevene til å finne ulike og nye løsninger og til å beskrive hvordan de tenker
- Hele klassen diskuterer aktiviteten, og de ulike løsningsmetodene som er blitt gjort. Læreren leder diskusjonen på en måte som gjør at elevene blir oppmerksomme på hvordan de ulike løsningene henger sammen, og hvordan løsningene er relatert til læringsmålene for timen

³¹ Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001

³² Goose, 2004; Sherin, 2002

Eksempel på undersøkende matematikkundervisning kan ta utgangspunkt i areal;

Mange elever forklarer areal ved å si at det er det samme som lengde ganget med bredde. Disse elevene gjengir formelen for hvordan man finner arealet av et rektangel i motsetning til å forklare at areal er et mål for hvor stor en flate er, en flate som alltid har to dimensjoner. I enhetene som brukes for areal, for eksempel m² eller km², gjenspeiles de to dimensjonene i skrivemåten

- En oppgave som kan gis i klasserommet er å be elevene om å finne ut hvor stor pulten deres er. Her vil det dukke opp flere spørsmål som f.eks. hva menes med hvor stor? kan vi bruke linjal? Det kan være et godt valg å ikke la elevene bruke linjal, men heller bruke f.eks. en bok eller lignende for å finne ut hvor mange bøker som trengs for å dekke overflaten til pulten. Om elevene da finner ut at en pult er 16 bøker stor, hvordan vil de da beskrive denne størrelsen for noen som ikke har samme bok å måle med? Dette vil igjen kunne bringe elevene videre inn i oppdagelsen av hvorfor bruk av måleenheter er viktig
- En annen oppgave som kan gis er f.eks. å finne areal for to ulike rektangler hver for seg, for deretter å sette sammen rektanglene til ulike sammensatte figurer. Her kan de undersøke hvordan arealet endres med tanke på hvordan figurene settes sammen. Man kan også benytte seg av andre figurer enn rektangler, f.eks. et kvadrat og en sirkel osv. Her kan man f.eks. bruke geobrett som konkretiseringsmateriale

5.1.1.2 Rike oppgaver

En rik oppgave er en problemløsningsoppgave der løsningsmetoden/fremgangsmåten er uklar for problemløseren³³. Problemløsningsoppgaver åpner opp for diskusjonsmulighet med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper. En rik oppgave skal³⁴:

- introdusere viktige ideer eller løsningsstrategier
- være lett å forstå slik at alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å jobbe med den (lav inngangsterskel)
- oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og tillates å ta tid
- kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
- kunne initiere en faglig diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og ideer
- kunne fungere som brobygger mellom ulike faglige områder
- kunne lede til at elever og lærere formulerer nye interessante problemer (Hva hvis ...? Hvorfor er det sånn ...?)

En rik oppgave kan i tillegg til ferdighetstrening også gi elevene erfaring med problemløsning, utforskning, matematisk tenking, samarbeid og kommunikasjon. Rike oppgaver er selvdifferensierende på grunn av den lave inngangsterskelen og mulighetene for å utvide oppgaven.

Problemløsningsoppgaver kan enten formuleres av lærere, elever eller i samarbeid mellom lærere og elever.

5.1.1.3 Aktiv bruk av det matematiske språket

Elevene utfordres intellektuelt når de må forklare og begrunne fremgangsmåter, løsningsstrategier og resultater. Dette flytter fokus fra svaret til prosessen frem mot svaret. Elever som kan bruke og forstå et bredt spekter med begreper, vil også være bedre rustet til å forstå teksten i for eksempel eksamensoppgaver. For å kunne nå dette målet skal elevene i Ullensakerskolen utvikle et matematiskspråk og beherske matematiske begreper, slik at de kan kommunisere, stille gode spørsmål, forklare, beskrive og argumentere på en god måte i faget. Det er viktig at læreren

³³ Björkqvist 2003

³⁴ Hedrén m.fl.(2005)

stimulerer til dette, ved å stille spørsmål av høyere orden f.eks.; *Hvordan tenkte du nå? Hvorfor brukte du denne fremgangsmåten? Kan det være flere svar? Hva skjer hvis du ...?*

For å stimulere til aktiv bruk av det matematiske språket, kan «Samtaletrekk» anvendes som et virkemiddel for å lede matematiske samtaler mot et definert læringsmål. Hensikten er å fremme elevenes læring og tenking, ha matematiske samtaler av høy kvalitet, ha fokus på matematiske ideer og hjelpe elevene til å se sammenhenger. Tabellen under viser oversikt over samtaletrekkene som kan anvendes:

Lærertrekk	Hva læreren gjør	Fordeler
GJENTA «Du sier at dette er et oddetall?» «Du sier at prosent betyr hundre?» «Så du sier at ...?» «... er det det du mener?»	Repeterer (deler av) elevens utsagn, og ber eleven svare på om det er riktig oppfattet eller ikke. Bekrefter og avklarer.	Gjør elevens ideer tilgjengelige for læreren og andre elever slik at de kan forstå dem. Elevene får «rom til å tenke» slik at de lettere kan følge med på det matematiske innholdet.
REPETERE «Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en annen elev om å gjenta medelevens resonnement.	Gir elevene mer tid til å fordøye en ide, samt å høre den på en annen måte. Får bekreftet at andre elever virkelig hørte ideen til eleven. Viser elevene at deres matematiske ideer er viktige og blir tatt på alvor.
RESONNERE «Er du enig eller uenig? Begrunn.» «Hva mener du om det?» «Hvorfor tror du det?»	Spør elevene om å bruke egne resonnement på andres resonnering. Presser på for å få fram resonnement.	Inngangsdør for å få fram elevenes tenking. Posisjonerer elevenes matematiske ideer som viktige. Hjelper elevene med å engasjere seg i hverandres resonnering.
TILFØYE «Har noen noe de vil føye til?» «Kari, du rekker opp hånda, har du noe å tilføye?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon.	Oppmuntrer elevene til å dele sine ideer. Bidrar til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge på dem.
VENTE «Ta den tiden du trenger ... vi venter.» (Tell sakte til 10 – minst!)	Venter uten å si noe.	Bringer viktige bidrag fra flere elever inn i diskusjonen. Kommuniserer en forventning om at alle har viktige ideer de kan bidra med.
SNU OG SNAKK "Snu deg og snakk med eleven ved siden av deg»	Går rundt og lytter til samtalene og vurderer hvem som skal spørres.	Gir elevene mulighet til avklaringer og til å dele ideer. Gir elevene mulighet til å orientere seg mot hverandres tenking.
ENDRE "Har noen av dere endret tenkingen deres?»	Spør om noen av elevene har endret mening.	Gir elevene mulighet til å revurdere og endre tenkingen sin etter nye innspill.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). Classroom discussions. *Using math talk to help student learn*. Mausilito: Math Soutions

5.1.1.4 Variasjon mellom arbeid individuelt, i mindre grupper og hel klasse

Ulike former for organisering av elevene kan gjerne skje innenfor samme time, spesielt i arbeidet med rike oppgaver. Opplæringsøkten kan gjennomføres ved at elevene for eksempel arbeider individuelt med en problemstilling, og deretter samles i grupper. Videre kan gruppene presentere resultatene og løsningsstrategiene de har valgt i hel klasse (IGP: Individ – Gruppe – Plenum). Dette gir samtidig variasjon i undervisningen, hvilket kan føre til økt motivasjon og imøtekomme det faktum at elever lærer på ulike måter.

5.1.2 Anbefalinger for organisering og arbeid i Ullensakerskolen

- **Strukturert stasjonsundervisning** er basert på prinsippet om tilpasset opplæring og vil kunne favne bruk av de ulike prinsippene og metodene beskrevet ovenfor. Stasjonene utformes på en slik måte at de gjenspeiler grunnleggende ferdigheter i alle fag, dvs. regning, skriving, lesing, muntlige og digitale ferdigheter. Stasjonsundervisning gjennomføres minst en gang hver annen uke
- **Lesson study**³⁵ er en modell for forbedring av undervisningspraksisen ved den enkelte skolen. Det anbefales gjennomføring av *lesson study* minst tre ganger i året
- **Perlesnor og tom tallinje** er en arbeidsmetodikk som tar for seg konkret representasjon av tallrekka. Metodikken benyttes i begynneropplæring i småskolen. I henhold til Ullensakers handlingsplan for kompetanseutvikling skal det tilbys kurs i Perlesnor og tom tallinje for nyansatte og nyutdannede lærer hvert skoleår
- **Bruk av digitale verktøy i matematikkundervisning.** Digitale ferdigheter er på like linje med de andre fire grunnleggende ferdighetene integrert i fagets kompetansemål. I Læreplanen heter det at;

*Digitale ferdigheter i fordypning i matematikk innebærer å bruke digitale verktøy til læring gjennom spill, utforskning, visualisering og presentasjon. Det handler om å kjenne til, bruke og vurdere digitale verktøy til beregninger, utforskning, problemløsning og modellering. Videre vil det si å finne informasjon, analysere, behandle og presentere data med hensiktsmessige verktøy, og være kritisk til kilder, analyser og resultater. Utvikling i digitale ferdigheter innebærer å arbeide med sammensatte digitale tekster med økende grad av kompleksitet. Videre innebærer det å bli stadig mer oppmerksom på den nytten digitale verktøy har for læring i matematikkfaget.*³⁶

Gjennom pedagogisk bruk av IKT, kan lærere få bedre muligheter til å tilpasse opplæringen i matematikk, samt stimulere til økt nysgjerrighet og interesse for faget. Introduksjon av digitale verktøy tidlig i opplæringsløpet er også avgjørende dersom elever i Ullensakerskolen skal få adekvat tid til trening og anvendelse av ulike digitale verktøy. Obligatorisk bruk av digitale verktøy for alle eksamenskoder i grunnskolen og videregående skole ble innførte i 2015. For grunnskole 10. årstrinn ble det fastsatt følgende krav til digitale verktøy³⁷;

- a) Regneark
- b) Graftegner
- c) Dynamisk geometriprogram

For å imøtekomme det obligatoriske kravet ovenfor, samt bidra til systematisk, helhetlig og dynamisk arbeid innenfor geometri, algebra, tabeller, grafer og statistikk, stilles det krav til bruk av Geogebra og Regnearkprogrammer fra og med 6. trinn etter kompetansemålene i Læreplanen. TPACK-modell (figur 1.) utgjør grunnlaget for implementering av denne planen i arbeid med kompetanseheving for lærere gjennom modellering og veiledning.

³⁵ http://skrivestien.skrivesenteret.no/uploads/docs/Barneskole/1_Trinn/UTD-BedreSkole0211-WEB_Grimsaeth_og_Hallaas.pdf

³⁶ <https://www.udir.no/kl06/MAT7-01>

³⁷ <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/eksamensordning-skriftlig-eksamen-i-matematikk/>

6 Matematikk i Ullensakerbarnehagene

Matematikk i barnehagen handler om lek, eksperimentering og hverdagsaktiviteter som gjør at barna utvikler sin matematiske kompetanse. Barn er tidlig opptatt av tall og telling, de utforsker rom og form, de argumenterer og er på jakt etter sammenhenger. Barnehagene har et ansvar for å oppmuntre barns egen utforskning og legge til rette for tidlig og god stimulering. I forskrift om rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver omhandler fagområdet Antall, rom og form

... å oppdage, utforske og skape strukturer og hjelpe barna til å forstå sammenhenger i naturen, samfunnet og universet. Barnehagen skal synliggjøre sammenhenger og legge til rette for at barna kan utforske og oppdage matematikk i dagligliv, teknologi, natur, kunst og kultur og ved selv å være kreative og skapende. Arbeid med fagområdet skal stimulere barnas undring, nysgjerrighet og motivasjon for problemløsning³⁸

For å arbeide med dette skal personalet i barnehagene være lyttende og oppmerksomme til den matematikken barnet uttrykker gjennom lek, samtaler og hverdagsaktiviteter. I tillegg må personalet støtte, vise interesse, stille spørsmål og gi rom, slik at barna opplever glede og lyst til å utforske matematikken i hverdagen.

Rammeplanen gir føringer for det som er forventet gjennom arbeid med Antall, rom og form. I forskriften om rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver, skal barnehagen bidra til at barna

- oppdager og undrer seg over matematiske sammenhenger
- utvikler forståelse for grunnleggende matematiske begreper
- leker og eksperimenterer med tall, mengde, telling, og får erfaring med ulike måter å uttrykke dette på
- erfarer størrelser i sine omgivelser og sammenligner disse
- bruker kroppen og sansene for å utvikle romforståelse
- undersøker og gjenkjenner egenskaper ved former og sorterer dem på forskjellige måter
- undersøker og får erfaring med løsning av matematiske problemer og opplever matematikkglede³⁹

Gjennom strategien «Tett på realfag – nasjonal strategi for realfag i barnehage og grunnsopplæring (2015-2019)» setter regjeringen fokus på at barna skal møte et tydelig realfaglig innhold i barnehagehverdagen. De understreker betydningen av barns evne til å kommunisere, samhandle og delta og at de skal stimuleres til lærelyst skaperglede og utforskertrang. Personalet har en avgjørende rolle i å tilrettelegge for, støtte og lede gode læringsprosesser. Det skal legges vekt på å gi barna positive erfaringer med lek og læring.

6.1 Lekens betydning for matematisk kompetanse

Leken skal ha en fremtredende plass i barns liv i barnehagen. Leken har egenverdi og er en viktig side ved barnekulturen. Leken er et allment menneskelig fenomen der barn har høy kompetanse og engasjement. Den er en grunnleggende livs- og læringsform som barn kan uttrykke seg gjennom. Barnehagen skal legge til rette for variert lek, slik som rollelek, konstruksjonslek, tumlelek/motorisk

³⁸ <https://lovdata.no/LTI/forskrift/2017-04-24-487>

³⁹ <https://lovdata.no/LTI/forskrift/2017-04-24-487>

lek og begynnende regellek. Innholdet i barnehagens aktiviteter skal inspirere til fantasi, skaperglede og livsutfoldelse.

I barnehagen skal vi være opptatt av å se og fokusere på matematikken i barnas lek. For barn er lek, fantasi og hverdag flere sider av samme sak og dermed må lekeaspektet være sentralt når barn lærer matematikk. Flere matematikere påpeker hvor viktig det er for barn å oppleve matematikk i meningsfulle situasjoner, som oppstår i leken. O. Magne presiserer at;

barn må innlede sin matematikkinnlæring med hverdagsproblemer de kjenner igjen fra sin virkeligheten (...). Matematikk for barnet innebærer blant annet å leke med tankemønstre

Gjennom leken oppøver barna sitt ordforråd og utvider sin begrepsverden, de trener sine muskler og sanser og bruker sine tanker.⁴⁰

6.2 Språk og matematikk

Ullensaker kommune har utarbeidet en *språk-, lese- og skriveopplæringsplan*, som også innbefatter barnehagene i Ullensaker. Det er viktig å se denne planen i sammenheng med planen for matematisk kompetanse. Alle barn skal få varierte og positive erfaringer med å bruke språket som kommunikasjonsmiddel, som redskap for tenkning og som uttrykk for egne tanker, spørsmål og undring. Matematikk er et redskap for å forstå verden rundt oss og til å få orden og struktur på omgivelsene. For å utvikle forståelse for hvordan verden rundt oss henger sammen, er det nyttig å undre seg og stille spørsmål. Gjennom bruk av språket vil barna sette ord på og utvide sin forståelse. I samtale med voksne som beskriver og forklarer, vil barna få flere erfaringer, som igjen vil føre til en større forståelse og de vil etter hvert se sammenhenger. For at barna skal få et så stort repertoar av begreper som mulig, er det viktig at de utfordres til å sette ord på, samtidig som de møter voksne som bruker konkrete, og presise begreper når de samtaler med barna⁴¹. På bakgrunn av dette, legges det krav til aktiv bruk av matematiske begreper i de ulike lærings situasjonene.

6.3 Matematikk i barnehagene i Ullensaker

Planen fokuserer på fagområdet antall, rom og form, men det er viktig å se alle de åtte fagområdene under ett i arbeidet med matematikk, for å arbeide med et helhetlig læringsmiljø, samt gjøre barn bevisste på at matematikk finnes overalt. Ved å legge bort inndelingstankegangen, kan de ulike fagområdene sammenflettes for å skape nye områder/fag. Man kan snakke om tverrfaglig læring, hvor man beveger seg mellom, tvers gjennom og utover etablerte vitenskapelige fagområder.⁴² Dette er viktig for å gjøre barn bevisste på at matematikk finnes overalt.

For å konkretisere fagområdet *Antall, Rom og Form* tar planen utgangspunkt i Bishops inndeling av matematiske aktiviteter, som står beskrevet i temaheftet om *Antall, Rom og Form* i barnehagen. Inndelingen gjøres på bakgrunn av aktiviteter som er å finne på tvers av kulturer, og som bidrar til utvikling av matematisk kompetanse. Inndelingen er mer konkretisert og kan være en støtte for å tydeliggjøre det lekende og aktive barnets forhold til matematikk. Inndeling er ment som et redskap

⁴⁰ Magne O, 2003

⁴¹ Fosse, 2014

⁴² Palmer 2012

for personalet, slik at vi får en bredere og mer nyansert oppfatning av hva matematikk er og kan være for barn og for personalet. De seks fundamentale matematikkaktivitetene er⁴³:

- **Telling og kvantifisering**
Telling, antallsord, tellesystemer, tallsystemer og regning.
- **Lokalisering**
Finne fram, orientere seg i rommet, lokalisering og plassering.
- **Måling**
Sammenligninger, måleenheter og målesystemer, lengde, areal, volum, tid, vekt og penger.
- **Design**
Former, figurer, mønster og symmetri, arkitektur og kunst.
- **Lek og spill**
Rollelek, rollespill, fantasilek, gjemsel, strategispill, terningspill, puslespill.
- **Forklaring og argumentasjon**
Begrunnelse og forklaring, resonnementer og logiske slutninger.

6.4 Personalet

Det er viktig at personalet ser muligheter for og engasjerer seg i barnas matematikklæring. Personalet skal ha innsikt i hvordan barn i ulike aldre lærer matematikk og hvordan dette kan jobbes med. I forskrift om rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver⁴⁴ heter det at:

Personalet skal

- bruke matematiske begreper reflektert og aktivt i hverdagen
- bruke bøker, spill, musikk, digitale verktøy, naturmaterialer, leker og utstyr for å inspirere barna til matematisk tekning
- styrke barns nysgjerrighet, matematikkglede og interesse for matematiske sammenhenger med utgangspunkt i barns uttrykksformer
- legge til rette for matematiske erfaringer gjennom å berike barns lek og hverdag med matematiske ideer og utdypende samtaler
- stimulere og støtte barns evne til og utholdenhet i problemløsning

⁴³ Solem & Reikerås (2001 s. 12-13)

⁴⁴ <https://lovdata.no/LTI/forskrift/2017-04-24-487>

6.5 Prosessmål

I det følgende presenteres hovedområder, prosessmålmål, hva personalet må være beviste på og arbeidsmåter. Målene som retter seg mot barnas opplevelser og læring, er formulert som prosessmål. Det er selve læringsområdet og arbeidsmåtene barna skal bli kjent med.⁴⁵

Mål og tiltak i barnehagen for aldersgruppe 1-3 år

Hovedområde	Mål	Arbeidsmåter	Praktiske tips
Telling	<ul style="list-style-type: none"> - Møte og erfare begreper som beskriver mengder (antallsord og rekkefølgingsord) - Bli introdusert og leke med telleramsen. - Møte og utforske en til en korrespondanse /par kobling i hverdags situasjoner og lek - Møte og erfare klassifisering og sammenligning. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke begrepene få, mange, færre, flest, først sist - Bruke telleramsen i hverdags situasjoner som er meningsfylte for barna. - Bruke eventyr, rim, regler og sanger med tall og telling - Legge til rette det fysiske miljøet slik at barna kan sortere leker. 	<ul style="list-style-type: none"> - En elefant kom marsjerende - Finger- og tå-regler (parkopling) - Borddekking - Dagtavle - Det satt to katter på et bord - Kims lek - Merke hyller og kasser med bilder/symboler.

Mål og tiltak i barnehagen for aldersgruppe 1-3 år

Hovedområde	Mål	Arbeidsmåter	Praktiske tips
Lokalisering	<ul style="list-style-type: none"> - Oppleve og erfare allsidige motoriske aktiviteter og lek som gir grunnlag for romforståelse - bli kjent med egen kropp gjennom og utforske rommet - møte begreper som beskriver plassering (plasseringsord/lokaliseringssord) 	<ul style="list-style-type: none"> - legge stor vekt på motoriske aktiviteter og lek både inne og ute - legge til rette for utfordringer tilpasset barnet og gi muligheten til å bli kjent med egen kropp - bruke eventyr, rim, regler og sanger som inneholder plasseringsord 	<ul style="list-style-type: none"> - Bukkene bruse - Lille Petter edderkopp - Hinderløype - Skattekart - Kart over nærområdet.

⁴⁵ Rammeplan 2017: <https://lovdata.no/dokument/LTI/forskrift/2017-04-24-487>

Måling	<ul style="list-style-type: none"> - møte begreper som beskriver likheter og forskjeller (sammenligningsord) - utforske egenskaper/sammenlignede objekter 	<ul style="list-style-type: none"> - legge til rette og utforske sammen med barna - bruke sammenligningsord i hverdagen 	<ul style="list-style-type: none"> - ordne etter størrelse/sammenligne objekter - -bukkene bruse - -gullhår - Sang: stor bølge, lien bølge
Design	<ul style="list-style-type: none"> - møte ulike former i lek og hverdagssituasjoner - møte begreper som beskriver former og mønster 	<ul style="list-style-type: none"> - benevne ulike former og la barna kjenne på dem - Benevne ulike mønster og forskjeller 	<ul style="list-style-type: none"> - bjørner - puttekeks - bjørner - «Magisk pose»
Lek og spill	<ul style="list-style-type: none"> - legge til rette for lek i hverdagen og gi barna mulighet til å møte ulike type leker - legge til rette for det første møte med ulike spill 	<ul style="list-style-type: none"> - være tilstede, - stille spørsmål, - gi konkrete svar - Sette ord på hva som skjer 	<ul style="list-style-type: none"> - Puttekeks - Puslespill - Rollelek - Spill (memo, lotto osv.)
Forklaring og argumentasjon	<ul style="list-style-type: none"> - sonale som beskriver og forklarer matematiske fenomener som barna møter i lek og hverdagsaktiviteter 	<ul style="list-style-type: none"> - Være språklig og aktive voksne 	

Mål og tiltak i barnehagen for aldersgruppe 3-5 år

Hovedområde	Mål	Arbeidsmåter	
Telling	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske tallsymbolene og telleramsen fra en til ti. - Erfare at det er sammenheng mellom tall og mengder - Utforske mengder og erfare at mengden øker/minker når man legger til eller tar bort en enhet. - Utforske og prøve ut mengdeord. (rekkefølgsord og antallsord) 	<ul style="list-style-type: none"> - Gi barna erfaring med at tall kan skrives på ulike måter – eks. med streker, prikker. - legge til rette for lek og hverdagsaktiviteter hvor barna utforsker og gjør seg kjent med tall og mengder. - bruke begreper som beskriver mengder og rekkefølge – eks. <i>lite, mye, mange, få, flere, først, sist, mellom.</i> - bruke sanger, rim, regler og eventyr som inneholder tall og mengder 	<ul style="list-style-type: none"> - Indianersangen - 5 små aper - Sangleker - Bruke kalender - Talljakt - Spill - Tellebrikker

Lokalisering	<ul style="list-style-type: none"> - Oppleve varierte motoriske aktiviteter - Utforske og gjøre seg kjent i omgivelsene gjennom å bruke egen kropp. - Utforske begrepene over, under, ved siden av, foran, bak. - Videreutvikler forståelsen av egen kropp og dens muligheter i omgivelsene. 	<ul style="list-style-type: none"> - legge til rette for motorisk aktivitet og lek. - bruke begreper som beskriver plassering (foran, bak, under, ved siden av ...) 	<ul style="list-style-type: none"> - Fallskjerm - Tampen brenner - Hinderløype - lage kart - Regelleker (Kongen befaler, rødt og grønt lys) - Rydding – plassering av leker. - Bygge hytte under bord. - Hode, skulder, kne og tå - Minirøris - Klatring -
Måling	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og leke med ulike typer måleenheter og måleredskaper (meter, liter, desiliter, linjal) - Utforske ulike størrelser og forholdet mellom størrelser. - Utforske begrepene lang, kort, stor, liten, bred, smal, høy, lav 	<ul style="list-style-type: none"> - gi barna muligheter til å bruke og sammenlikne ulike måleenheter og måleredskap - Oppmuntre barna til selv å lage egne måleredskaper og bruke disse i lek og utforsking. (sko, pinner, bøtte) - bruke begreper som beskriver likheter og forskjeller (lang, kort, stor, liten, høy, lav, bred, smal) 	<ul style="list-style-type: none"> - Eventyr om Gullhår, Bukkene Bruse - Sammenlikne objekter - Sang: vi gjør oss korte, vi gjør oss lange. Beholdere i ulike størrelser
Design	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske egenskapene til ulike former (sirkel, trekant, kvadrat, rektangel, femkant, både todimensjonale og tredimensjonale gjenstander) - Sette ord på og utforske mønster de ser og lager i hverdagsaktiviteter. - Utforske begreper som kan beskrive egenskapene til mønster/former (farger, prikkete, stripe, ru, glatt, myk, hard osv.) 	<ul style="list-style-type: none"> - Beskrive egenskapene ved ulike former – hva som kjennetegner de forskjellige formene) - Gi barna mulighet og utfordre de på å beskrive og forklare formenes egenskaper. - Gjøre barna oppmerksomme på former og mønster i omgivelsene. - la barna skape egne mønstre og former med ulike materialer - Oppmuntre barna til å skape sine egne uttrykk. 	<ul style="list-style-type: none"> - Veving - Perler - Tegning og maling - Gå på jakt etter former - Bruke sansene – kjenne på former - Jovoklosser - Kims lek - Kunst - Klosser i ulike former, farge og tredimensjonale - LEGO

<p>Lek og spill</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske ulike typer spill - Opplive og videreutvikle varierte typer leker, deriblant rollelek og kroppslig lek. - Gis tid og mulighet til dyp og konsentrert lek over tid. 	<ul style="list-style-type: none"> - Gi barna erfaring med ulike typer spill med variert vanskelighetsgrad - støtte og legge til rette for variert lek - tilrettelegge slik at barna får mulighet til å fordype seg i leken - Lekenes plassering i rommet og hvilke muligheter det gir barna til lek med flere typer lekemateriell samtidig. 	<ul style="list-style-type: none"> - Konstruksjonsmaterial et: Pluss, - Ulike typer spill; <ul style="list-style-type: none"> - Stigespill - Ludo - Uno - Yatzy - Tellebrikker - Rollelek - Kroppslig lek - Tilstrekkelig, variert og nok materiale som er tilgjengelig for barna.
<p>Forklaring og argumentasjon</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og sette ord på hva de tenker og forklare hva de mener. - Bruke språket til å beskrive likheter og forskjeller. - Få erfaring med klassifisering - kategorisere etter visse kjennetegn. - Gis tid og mulighet til å bruke språket, stille spørsmål og undre seg. 	<ul style="list-style-type: none"> - Være oppmerksomme på barnas ulike uttryksmåter - Beskrive og forklare matematiske fenomener barna møter i lek og hverdagsaktiviteter. - Oppfordre og støtte barna til å utforske og sette ord på hva de ser og opplever. - legge til rette for at barna skal møte matematiske aktiviteter 	<ul style="list-style-type: none"> - Junior Alias - Rollelek - Samtalebilder

7 Samarbeid mellom hjem og skole og barnehage

Skolen skal ta sikte på å gi foreldrene informasjon om hvordan de kan hjelpe, veilede og støtte barna sine i arbeidet med å utvikle matematisk kompetanse. Dette innebærer at man som lærer må modellere for foreldrene hvordan de kan arbeide hjemme, samt vise og gi informasjon om arbeidsmåter som benyttes i undervisningen.

8 Implementering

Planen blir første gang vedtatt i hovedutvalg for skole og barnehage 31.05.2017. Planen blir forpliktende for kommunale skoler og barnehager fra og med skole- og barnehageåret 2017/18. For å sikre god implementering skal planen årlig rulleres fram til 2019, for deretter å rullere hvert 2. år. (Se vedlegg 2 - plan for implementering)

9 Referanser

- Astrid Bondø, «Brøk er det noe problem da?», Caspar Forlag 2010, Tangenten 1/2010
- Bollerslev, P. (red), Beck, H.J., Hansen, H.C., Jørgensen, A., Petersen, L.Ø. (2005). *Matematik i læreruddannelsen. Teori og praksis – en fagdidaktik*. København: Gyldendal.
- Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I: Grevholm, B. (red). *Matematikk for skolen*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). Classroom discussions. *Using math talk to help student learn*. Mausalito: Math Soutions
- Dahl, H. H. & Nohr, M. E. (2010). Perlesnor og tom tallinje. Tangenten, 1, 2-7.
- Desoete, A. (2015). *Predictive indicators for mathematical learning disabilities/dyscalculia in kindergarten children*. I S. Chinn (red.), The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties. (s. 90 – 98).
- Dowker, A. & Morris, P. (2015). *Targeted interventions for children with difficulties in learning mathematics*. I S. Chinn (red.), The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties. (s. 256 – 264).
- Emerson, J. (2015). The enigma of dyscalculia. I S. Chinn (red.), The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties. (s. 217 – 227).
- Forthun, L. & Lunde, O. (2012). Mestring i matematikk. Spesialpedagogikk.
- Fosse, T (red), Lossius, M.H., Hana, G:M., Skorpen, L.B., Førker, L.I.R., Flottorp, V., & Wøien, T., Bøhler, E. (2014) *Rom for matematikk - i barnehagen*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Geary, D.C., Bailey, D.H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M.K. & Nugent, L. (2009). *First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis*. Cognitive Development, 24, 411-429.
- Grimsæth og Hallås (2011). *Lesson study*. Bedre skole nr 2.
- Hedrèn, R., Taflin, E. og Hagland, K. (2005). *Rika matematiska problem*. Stockholm: Liber AB.
- Kunnskapsdepartementet: Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen (2015 – 2019), Oslo: 2015.
- Lunde, O. (1997). *Kartlegging og undervisning ved lærevansker i matematikk*. Info Vest forlag.
- Magne, O., Svahn, H., & Fjogstad, E. (2003). *Barn oppdager matematikk. Aktiviteter for barn i barnehage og skole*. Klepp stasjon: Info vest forlag
- Mc Intosh, A. (2007). Alle teller! Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen. Matematikksenteret.
- Mishra, J og Koehler, M. J. (2006). *Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge*. Teachers College Record, 108(6), 1017-1054.
- Nyström, P. (2016). *Characteristics of high-performing students in mathematics*. I Nordengen, M. og Thorsen, H. (red.). *Northern Lights on PISA and TALIS Nordic council of Ministers*. København: Nordic Council of Ministers Secretariat.
- Ostad, S. (2010). *Matematikkvansker*. En forskningsbasert tilnærming. Oslo: Unipub
- Palmer, A. (2012). *Hvordan blir man matematisk?* Bergen: Fagbokforlaget.
- Rammeplan 2017: <https://lovdata.no/dokument/LTI/forskrift/2017-04-24-487> - 14.05.17
- Shavinia, L. V. (2009). *On Giftedness and Economy*. I Shavinia, L. V. (red.) International Handbook on Giftedness. New York: Springer.
- Silverman, . (2009). *The measurement of giftedness*. I Shaviania, V.L. (red.) International Handbook on Giftedness. New York: Springer.
- Stein, M.K. og Smith, M.S. (2011). 5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions. National Council of Teachers of Mathematics, U.S.
- Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2010). *Tall og tanke. Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Solem, I.H , Reikerås, E.K.L. (2001). *Det matematiske barnet*. Oslo: Caspar Forlag.

- *The Psychology of Learning. Mathematics* (Penguin 1972) pp. 43–46.
- Tvedt, B. & Johnsen, F. (2002). *Matematikkvansker*. I B.Gjærum & B.Ellertsen (red.), *Hjerne og atferd*. (s. 515 – 559). Oslo: Gyldendal norsk forlag.

10 Vedlegg

VEDLEGG 1 – Eksempler på rike oppgaver

Undervisningsopplegg med bruk av en rik oppgave og de fem praksiser

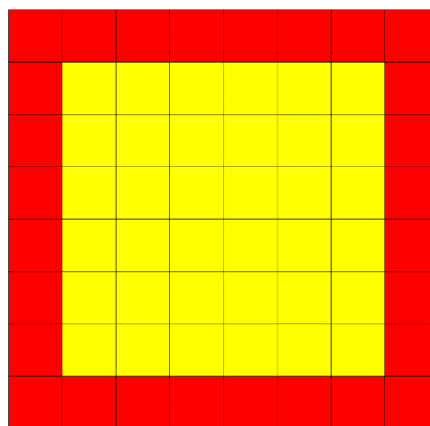
Mål for timen: Elevene skal utvikle sin matematiske kompetanse ved å kunne finne mønster i en figur og lage en algebraisk figur som uttrykker dette mønsteret. Delmål fra læreplan i matematikk, kompetansemålene etter 10. årstrinn, hovedområde tall og algebra, hvor det står:

«Mål for opplæringa er at eleven skal kunne behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk, knyte uttrykka til praktiske situasjonar, rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk og bruke kvadratsetningane»

Beskrivelse av den rike oppgaven:

Et kvadrat delt opp i $(8 * 8)$ ruter vises til elevene. Rutene i rammen er farget røde, mens rutene i midten, $(6 * 6)$ ruter, er farget gule (se figur 1). Det er viktig at bildet ikke vises så lenge at elevene rekker å telle alle rutene, men må finne en annen strategi for å finne løsningen. Målet er at elevene skal finne frem til en strategi, som så kan uttrykkes algebraisk, og kan brukes for å finne antall røde ruter på alle typer kvadrater som er fargelagt på tilsvarende måte.

Figur 1



Opplegget gjennomføres ved hjelp av de fem praksiser (se forklaring senere i teksten), for eksempel som en oppstart til arbeidet med figurtall og tallrekker.

Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjonen
Vise bildet (figur 1) i ca. 15 sekunder Be elevene konsentrere seg og passe på at alle er klare før du viser bildet.	Fortell at elevene skal få se et bilde i 15 sekunder og at du kommer til å stille et spørsmål til bildet etter at det er fjernet.
Fjerne bildet	Elevene diskuterer med sidemannen og finner ut hvor mange av rutene som var røde. Understreker at du ikke bare vil ha svaret, men at de må kunne forklare hvordan de har tenkt for å komme frem til svaret sitt. Si at det finnes mange måter å komme frem til svaret på, og at det er flott om de finner flere måter å tenke på.
Observere og lytte til hvordan elevene resonnerer (monitoring). Be elevene forklare hvordan de har tenkt og velger hvilke elevarbeid som skal presenteres for klassen (selecting) og bestemme deg for rekkefølgen på presentasjonene (sequencing).	Sammenlikne elevenes måter og tenke på med de forberedelser du har gjort med å forestille deg mulige svar fra elevene (anticipating). La elevene med de minst avanserte strategiene presentere først, men pass på å få frem hele spekteret av strategier.

Elevene presenterer de ulike strategiene de har kommet frem til i den rekkefølgen du har valgt.	Bruke samtaletrekk som gjenta, repetere, resonnere og tilføye ⁴⁶ . Ved å la elevene med de minst avanserte strategiene begynne, får du involvert flest mulig elever i samtalen. Hvis mange elever har brukt samme strategi, får disse elevene presentere denne strategien før elever som har brukt en strategi som kun et fåtall elever har benyttet. ⁴⁷
Be elevene velge seg den strategien/tenkemåten de likte best, og bruke den på neste kvadrat du viser dem, men at de denne gangen bare får se bildet i 8 sekunder. Vise et nytt kvadrat som er fargelagt på samme måte, men denne gangen med f.eks. 10*10 ruter. Gjenta dette også med et kvadrat med f.eks. 5*5 ruter.	Elevene gir svaret og forklarer hvilken strategi de valgte.
Fra det spesielle, til det generelle: Ny oppgave til elevene: «På samme måte som det finnes en generell formel for å regne ut arealet av en trekant, kan dere finne en generell formel for å finne ut antall røde ruter, som gjelder for alle kvadrater av denne typen?» Observere som ved første oppgave.	Igjen sammenlikne elevenes måter og tenke på med de forberedelser du har gjort med å forestille deg mulige svar fra elevene (anticipating). Kan elevene finne generelle formler på flere av strategiene som ble presentert i 1. runde?
Elevene presenterer de ulike algebrauttrykkene de har kommet frem til i den rekkefølgen du har valgt.	Igjen bruke samtaletrekk som gjenta, repetere, resonnere og tilføye. Skrive uttrykkene opp på tavla. ⁴⁸
Oppsummering: Sammenlikne algebrauttrykkene med tanke på likheter og forskjeller.	Bruke det elevene kan om regning med algebra til å bearbeide de ulike uttrykkene, for å få frem at selv om de representerer ulike «veier» å tenke langs, ender man opp med det samme svaret og algebrauttrykkene kan bearbeides slik at de blir like.
Eventuell fortsettelse: «Hva med de gule rutene? Kan vi finne en generell formel for hvor mange ruter som er gule?»	

Forventning om hvordan elevene vil gripe an oppgaven (Anticipating)

På forhånd skal du se for deg ulike strategier elevene vil bruke, og sette dem inn i et skjema. I skjemaet kan du også sette av plass til å fylle inn hvilke elever som tenker på hvilke måter og notere deg rekkefølgen på presentasjonene.

Strategi		Hvem og hva		Rekkefølge	
På kvadrat	Algebra	På kvadrat med 8*8	Algebra		

⁴⁶ Chapin, O'Connor & Anderson, 2009

⁴⁷ Smith & Stein 2011

⁴⁸ Chapin, O'Connor & Anderson, 2009

med 8*8 ruter		ruter			
$2*8 + 2*6$	$2x + 2(x-2)$				
$4*8 - 4$	$4x - 4$				
$8*8 - 6*6$	$x*x - (x-2)(x-2)$				
$8 + 8 + 6 + 6$	$x+x+(x-2)+(x-2)$				
$4*6 + 4$	$4(x-2) + 4$				
$4*7$ eller $7*4$	$4(x-1)$				
Tegne opp og telle rutene					
Misoppfatning : $4*8$ – ser ikke at hjørnerutene er telt med to ganger.					
Annet:					

Anticipating – forventning om hvordan elevene vil gripe an en oppgave. Det å ha tenkt gjennom de ulike løsningsstrategiene på forhånd gjør at du selv blir veldig trygg på oppgaven og bevisst på hvor du vil med den. Det vil også bli lettere for deg å forstå hvordan elevene tenker, selv om de ikke alltid er like gode til selv å uttrykke hva de har tenkt.

Ved å selv ha sett på og tenkt gjennom de ulike løsningsstrategiene, blir det lettere å oppfatte når elevene har misoppfatninger, og du kan lettere stille spørsmål som gjør at de selv oppdager misoppfatningene sine.

Ved å ha sett på de mulige algebraiske løsningene, får man et tydeligere bilde av hva oppsummering av oppgaven bør inneholde. Det gir deg for eksempel mulighet til å ta tak i og få en repetisjon på emner dere har jobbet med i algebra tidligere, for eksempel gange inn i parentes, slå sammen regnetegn og fortegn, faktorisere et bokstavuttrykk, gange sammen to parenteser/2.kvadratsetning. Viktig å få frem at ved å omformulere de ulike uttrykkene vil vi alltid kunne komme til $4x - 4$.

Monitoring – observere elevene i arbeid med oppgaven

Å observere elevene i arbeidet med strategiene vil gi et godt innblikk i hvordan elevene tenker og gir deg mulighet til å forberede rekkefølgen på presentasjonene. Også her kommer arbeidet med hva du har forventet til god hjelp, ved at du har laget et skjema som du noterer hvilke strategier de ulike elevene velger. Dette sikrer at du får notert navn på elever som kan presentere strategier du ønsker å få frem i klassediskusjonen.

Du kan også stille spørsmål for å få elevene til å begrunne hvordan de har kommet frem til et spesielt tall eller utdype tankegangen sin, og utfordre dem til å finne flere eller andre måter å tenke på. Det blir viktig å påse at alle elevene er involvert i samtalen og hjelpe eventuelle elever som har falt ut, tilbake inn i arbeidet.

Med noen elever vil det kunne være hensiktsmessig å avtale at du kommer til å be dem presentere strategien sin eller algebrauttrykket sitt, slik at de er innforstått med hva som kommer.

I denne delen av timen er lærerens arbeid viktig for å kunne få en god klassesamtale i etterkant.

Selecting – velge hvilke elevarbeid som skal presenteres for klassen

Ved å ha observert elevene, kan du så velge ut hvem du ønsker skal presentere. Da vet du hva du kan forvente at de vil presentere, når du ber dem dele det de har tenkt. Dette gir deg bedre kontroll på hvordan klassesamtalen utvikler seg og vil være til hjelp for å nå målet for timen.

Sequencing – bestemme rekkefølgen på presentasjonene

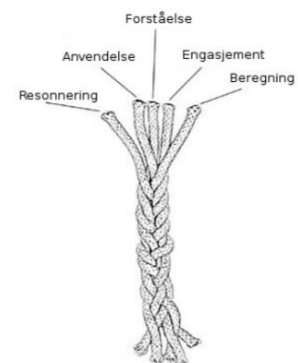
Oppgaven har en lav inngangsterskel som gjør at alle elevene vil ha mulighet til å delta. For at flest mulig av elevene også skal få delta i klassesamtalen, er det lurt å la elevene med minst avansert strategi få presentere først. Deretter må du vurdere om det er en løsningsstrategi som mange av elevene har valgt, og som det da vil være naturlig å fortsette med. Strategier som er mer avanserte eller få elever har valgt kan legges senere i samtalen.

Connecting – søke etter sammenhenger.

Her må man få frem at de ulike algebrauttrykkene elevene har kommet frem til ikke er helt ulike løsninger på det samme problemet, men at de er ulike representasjoner for det samme og ved at uttrykkene bearbeides vil de kunne bli like. Man bør også reflektere i felleskap hva man, både elever og lærer, har lært.

Oppsummering

Det overordnede målet med denne oppgaven er at elevene skal utvikle sin matematiske kompetanse. Matematisk kompetanse beskrives ved hjelp av fem komponenter; forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement, som er tett knyttet sammen og avhengige av hverandre (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Ved å kombinere bruken av rike oppgaver og didaktikken i de fem praksisene, legger man til rette for at elevene skal kunne utvikle alle de fem komponentene i et samspill.



Likhetstegnet og tallfølge

En tallfølge er en rekke tall som følger et spesielt mønster. Ved å studere tallfølger kan elevene få trening i å se og beskrive systemer. Tallsystemer kan jobbes med på flere nivåer og er enkelt å tilpasse til elevene i klassen.

Elevene får presentert en tallfølge og en god oppgave kan være «Hva er mønsteret i denne tallrekka?», «Hva skjer for hvert nye tall i rekka?», «Hva er de fire neste tallene i tallfølgen?» Det er lurt at elevene får diskutere mulige løsninger.

Enkle tallrekker kan være:

- 1 – 2 – 3 – 4 ...
- 2 – 4 – 6 – 8 ...
- 5 – 10 – 15 – 20 ...

Utfordrende tallrekker kan være:

- 1 – 4 – 9 – 16 – 25 ...
- 1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 ...
- 1 – 2 – 4 – 7 – 11...

Bruk samtalemetoden en – to – alle

Først får elevene se på tallfølgen alene, så samtale om sine teorier med læringspartneren sin og til slutt oppsummerer dere i full klasse. Det er spennende å oppleve at noen tallfølger kan ha flere mønstre og flere riktige svar

Lag tallfølgene som figurtall

De eldste elevene øver seg på å lage algebraiske regler for tallfølger og figurtall

Likhetstegnet

Viktigheten av god forståelse av hva likhetstegnet representerer, kan ikke understrekes nok. For at elevene skal få forståelse for at likhetstegnet betyr «like mye på begge sider» og ikke «nå kommer svaret», må vi være nøyaktige i språket vi bruker og oppgavene vi gir. Elevene må møte likhetstegnet i mange ulike oppgavetyper

- Likhetstegnet som viser to like mengder: * * * = * * *
- Likhetstegnet som viser lik mengde og tall: * * * = 3
- Likhetstegnet som viser to like tall: 3 = 3
- Bruk balansevekt for å vise at likhetstegnet også betyr like tungt på begge sider. Mange skoler har tall med lodd i, for å gjøre det enda tydeligere
- Sørg for at elevene får oppleve at man kan legge til eller trekke fra hvor mye man vil, så lenge man trekker fra eller legger til like mye på begge sider av likhetstegnet, vil det alltid stemme. Dette er meget nyttig når elevene skal løse likninger og er essensielt for å forstå. Bruk balansevekt og andre konkrete
- Start med prealgebra fra starten av 1. trinn. For eksempel ved å leke «Hvor mange perler har jeg i min hånd?» Jeg har noen perler i min hånd. Dere vet ikke hvor mange det er, men hvis jeg får fem til, har jeg åtte. Hvor mange perler har jeg i min hånd? Når elevene svarer, er dere nøye med å bruke begrepene riktig. Si «fem pluss tre er lik åtte», ikke «fem pluss tre blir åtte»
- Bruk likhetstegnet i enkle likninger, der vi må være nøye med at den ukjente blir plassert på forskjellige steder. Gi elevene oppgaver der likhetstegnet plasseres på ulike steder i likningene:
 - o $3 + 1 = \bigcirc$
 - o $3 + \bigcirc = 4$
 - o $\bigcirc + 1 = 4$
 - o $3 + 1 = 2 + \bigcirc$
 - o $4 - 1 = \bigcirc$
 - o $4 - \bigcirc = 3$
 - o $1 = \bigcirc - 2$
 - o $1 = 5 - \bigcirc$Osv.

VEDLEGG 2 - Videre anbefalinger

I rullering av handlingsplanen, bør følgende elementer vurderes;

- Fagets struktur og hovedområder for skole;
- Eksemplifisering av hovedområdene bør inngå i planen i neste revideringen i henhold til den eventuelle nye læreplanen i matematikk. Her bør det fremkomme konkrete fremgangsmåter og forskningsbaserte tilnærminger på hvordan skolene kan arbeide med de ulike fagområdene
- Planen bør kunne ta for seg ulike måter å benytte læringsbrett som verktøy særlig i begynneropplæringen, for å stimulere til motivasjon, mestring og ikke minst engasjement rundt matematikk og regning som grunnleggende ferdighet
- Intensiv matematisk undervisning bør kunne vurderes som tiltak for elever som strever med matematikk, forutsatt at skolene har jobbet grundig med anbefalinger som fremkommer i denne planen. Intensiv matematisk undervisning bør ikke legges opp på en slik måte at det støtter den instrumentelle forståelsen av matematikk. Den relasjonelle forståelsen bør benyttes som et utgangspunkt
- Planen bør forsøke å gå enda lengre når det gjelder kunnskap knyttet høytpresterende elever i matematikk. Nasjonale myndigheter har igangsatt arbeid rundt denne elevgruppen og planen bør vurdere utfallet fra dette arbeidet etter hvert som det foreligger

VEDLEGG 3 - Implementeringsplan

Periode for implementering

Planen blir første gang vedtatt i hovedutvalg for skole og barnehage 31.05.2017. Planen blir forpliktende for kommunale skoler og barnehager fra og med skole- og barnehageåret 2017/18. For å sikre god implementering skal planen årlig rulleres fram til 2019, for deretter å rullere hvert 2. år.

Overordnet ansvar for implementering

Det overordnende ansvaret for implementering ligger først og fremst hos Områdesjefene i Stab for skole og barnehage i Ullensaker. De skal påse at planen implementeres i henhold til hovedområdene og intensjonene som fremkommer av planen.

Arbeidet skal koordineres og ledes av stab for skole og barnehage. Rektor ved den enkelte skolen har ansvar for å påse at lærere arbeider i henhold til denne planen. Det skal ikke være stor avstand mellom føringer som er fastsatt i denne planen og det praktiske arbeid hos den enkelte lærer. Det skal legges til rette for tid og rom for samarbeid, drøfting og refleksjon. Det skal utarbeides en intern kjøreplan ved den enkelte skolen. Planen skal utarbeides i samarbeid med lærerspesialistene og skal være i henhold til hovedkapitlene i handlingsplanen. Rektor ved den enkelte skolen skal sørge for at det er godt samarbeid mellom sin skole og lærerspesialistene.

Implementering i skolene

Lærerspesialistene i matematikk i Ullensakerskolen får ansvar for implementering og oppfølging av skolene i ungdomsskoleområdene. Lærerspesialistene fordeles i ungdomsskoleområdene og skal modellere og veilede skolene i arbeid med planens hovedområder. Lærerspesialistene skal rullere med 4 ukes mellomrom på skolene i sitt ungdomsskoleområde. Det forutsetter at det utarbeides en felles tidsplan for rulling i samarbeid med ledelse ved den enkelte skolen. Lærerspesialistene skal frikjøpes minst 6 timer per uke for effektiv fasilitering av dette arbeidet

PPTs rolle i implementering av planen

I veiledning av skolene i Ullensaker skal PPT, med utgangspunkt i denne planen **bistå** på følgende områder:

- Oppfølging og utarbeidelse av tiltak for elever med matematikkvansker
- Kartlegging og tidlig identifisering, herved bruk av kartleggingsverktøy, gjennomføring og resultatanalyse
- Arbeid med matematisk språk og begreper
- Høytpresterende elever i matematikk

Kompetanseheving for lærere og pedagogisk personell i barnehagene

- Det skal gjennomføres årlig kurs i Perlesnora og tom tallinje for lærere på barnetrinnet i regi av Matematikksenter, Jfr. Handlingsplan for kompetanseutvikling i Ullensaker kommune 2017/2018
- Det skal gjennomføres kurs i bruk av Geogebra og regneark for matematikklærere i Ullensakerskolen i løpet skoleåret 2017/2018
- I løpet av skoleåret 2017/2018 avholdes det matematikkseminarer i regi av Høgskolen i Oslo og Akershus for lærere og pedagogisk personell i barnehagene om ulike tematikk med utgangspunkt i planens hovedområder

Kick-off for iverksetting av planen

For å påse oppfølging av planen, er det viktig at skoleledere og barnehagestyrere kjenner godt til planens innhold og intensjon. Med bakgrunn i dette organiseres et halvdags seminar for skoleledere og barnehagestyrere i Ullensaker høsten 2017. I tillegg til dette organiseres Kick-off for lærere som underviser i matematikk i hvert ungdomsskoleområde.

For å markere starten på dette arbeidet skal det innen slutten av september 2017, arrangeres en matematikkløype både for skoler. Det utarbeides en aktivitetsplan til dette som skolene kan benytte. Ansvar for gjennomføringen legges hos ledelsen ved den enkelte skolen i samarbeid med lærerspesialistene. I barnehagene ligger gjennomføringsansvaret hos den enkelte barnehagestyreren i samarbeid med nettverkskontaktene.

Årshjul for Implementering – skole

Måned	Aktivitet skoleåret 2017/2018
August	Forberedelse til seminarer
September	Kick-off seminar for skoleledere Kick-off seminar for lærere
Oktober	Kartlegging av ståsted på ungdomsskolene Utarbeidelse av intern kjøreplan ved den enkelte ungdomsskolen
November	Matematikkløype for alle skoler Kartlegging av ståsted på barneskolene Utarbeidelse av intern kjøreplan ved den enkelte barneskolen
Desember	Matematikkløype for alle skoler og barnehager
Januar 2018	Modellering og veiledning – (Katharina-metoden) *
Februar	Modellering og veiledning
Mars	Modellering og veiledning
April	Modellering og veiledning
Mai	Modellering og veiledning
Juni	Evaluering og planlegging av neste skoleår

** Lærerne i samarbeid med lærerspesialistene planlegger en opplæringsøkt, hvor man bruker "5 practices", altså tenker igjennom mulige elevsvar (forventninger), legger en plan for rekkefølgen elevsvarene skal presenteres osv... Viktig at dette opplegget er laget av alle, for å sikre et eierforhold. Deretter tar én (eventuelt to) lærere ansvar for å gjennomføre økten, hvor de andre observerer med fokuset rettet mot elever og opplegget, ikke læreren. Observatørene, kan ta en "time-out" under økten, for å komme med innspill. I ettertid av økten samles lærerne + lærerspesialist for evaluering. Dette bør skje samme dag som økten ble gjennomført.*

Implementering i barnehagene

Barnehagestyrere har det overordnet ansvar for å påse at planen implementeres i henhold til de føringene som legges frem. Barnehagestyrere skal etablere nettverkskontaktene/ressurspersoner i sin barnehage som får ansvar for implementering og oppfølging av barnehagene. Det anbefales at barnehagestyrere i de kommunale barnehagene samarbeider for sikre felles realfagssatsning. Det skal settes av tilstrekkelig tid til modellering og veiledning av barnehagene. I startperioden skal det benyttes minst 4 timer hver måned til modellering og veiledning av pedagogisk personale i barnehagene. Det forutsetter at nettverkskontaktene frikjøpes med tilsvarende timeantall, det første implementeringsåret. Timeantallet for frikjøp reduseres deretter til 2 timer i måneden det siste året

med implementering. Barnehagemyndigheten utarbeider en intern kjøreplan i samarbeid med arbeidsgruppen som har ansvar for barnehagedelen i handlingsplanen. Den interne kjøreplanen skal gjenspeile operasjonalisering av hovedområdene i henhold til føringene som er fastsatt i denne planen.

Etablering av realfagsavdeling for de kommunale barnehagene

For å ivareta kompetansen og videreføringen av handlingsplanen i matematisk kompetanse i barnehage og skole, foreslås det etablering av en realfagsavdeling for de kommunale barnehagene i Ullensaker. Avdelingen kan knyttes en av de eksisterende barnehagene. Videre bør utbygging av realfagsavdelingen tas stilling til i budsjettet 2018/2019.

Utstyr til barnehagene

I forbindelse med deltakelse i satsning realfagskommune er det tildelt øremerkede midler fra Utdanningsdirektoratet til kjøp av utstyr/materiell som skal benyttes som en del av realfagsarbeid i barnehagene på kr 246 500,-. Arbeidsgruppen for barnehagedelen i handlingsplanen foretar innkjøp innen september 2017. Utstyret skal være i henhold til fagområdene som fremkommer i planen.

Årshjul for Implementering – barnehage

Måned	Aktivitet	År
Mai	Oppstartsamling for Barnehagestyrere	2018
September	Samling for ressursgruppe i barnehagene med utdeling av realfagsutstyr	
Oktober	Kursrekke med mellom arbeid i implementering for ressursgruppene	
November	Kursrekke med mellom arbeid i implementering for ressursgruppene	
Desember	Kursrekke med mellom arbeid i implementering for ressursgruppene	
Januar	Implementering i barnehagene for øvrig personalet (ansvar ressursgruppene)	2019
Februar	Implementering i barnehagene for øvrig personalet (ansvar ressursgruppene)	
April	Implementering i barnehagene for øvrig personalet (ansvar ressursgruppene)	
Mai	Implementering i barnehagene for øvrig personalet (ansvar ressursgruppene)	
Juni	Evaluering og videreføring	